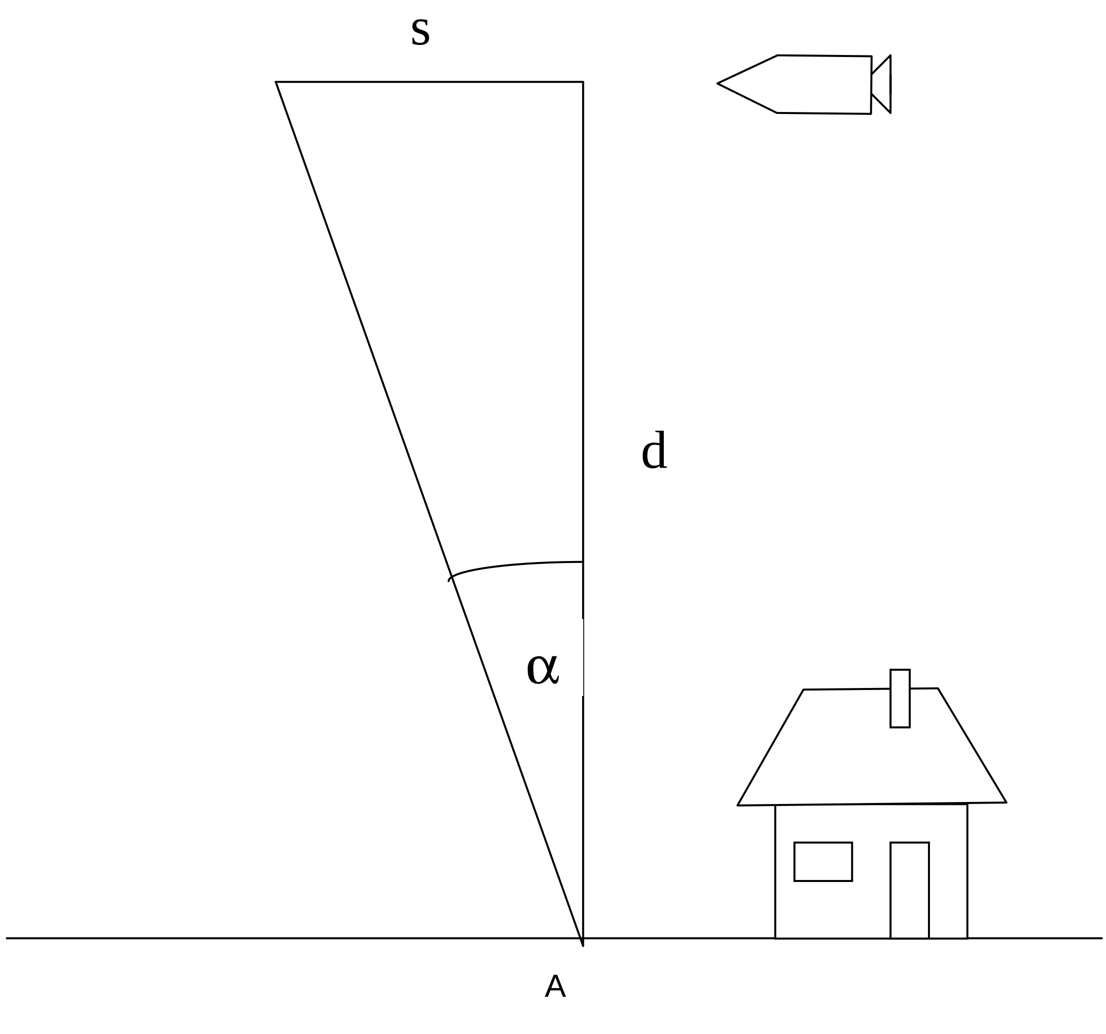
Ludwik Lehman
II LO Głogów

Wyznaczanie odległości do satelitów

Każdy, kto wytrwale podziwia nocne niebo, widuje z pewnością nie mrugające świecące punkty jednostajnie przemierzające niebieską sferę. To sztuczne satelity Ziemi. Można je obserwować bardzo często do dwóch godzin po zachodzie Słońca lub przed jego wschodem. Patrząc na nie autor często zastanawiał się, jak są daleko i czy dałoby się to jakoś, choćby w przybliżeniu, zmierzyć. Czy nie można choćby oszacować odległości do tych świecących punktów bez laserów, dużych teleskopów czy innych kosztownych przyrządów?

Spróbujmy najpierw wyobrazić sobie satelitę przechodzącego przez zenit jak na Rys. 1.



Rys. 1

Łatwo zmierzyć, w jakim czasie satelita przemieści się na niebie o określony kąt. Najprostszy sposób polega na tym, by wyciągnąć w kierunku satelity własną pięść i głośno odliczać sekundy. W ten sposób ustalamy, przez ile sekund obiekt przemieszcza się na tle pięści.

Z Rys. 1 wnioskujemy, że

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{s}{d} \qquad (1)$$

S to droga przebyta przez satelitę w czasie t, a więc

$$s = vt \qquad (2)$$

Ze wzorów (1) i (2) wynika zatem wzór na odległość do satelity

$$d = \frac{vt}{\operatorname{tg}\alpha} \qquad (3)$$

Żeby tę odległość obliczyć trzeba jednak znać prędkość. Załóżmy, że nasz obiekt porusza się po orbicie kołowej, a więc ma I prędkość kosmiczną daną wzorem

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+d}} \qquad (4)$$

gdzie R to promień Ziemi.

I prędkość kosmiczna to prędkość satelity względem środka Ziemi. Jednak trzeba pamiętać, że obserwator znajdujący się na powierzchni naszej planety obraca się wraz z nią dookoła osi ziemskiej z okresem jednej doby, ma więc względem środka Ziemi pewną prędkość. Prędkość satelity względem obserwatora nie jest wtedy równa I prędkości kosmicznej i trzeba stosować zasadę składania prędkości. Na szczęście okazuje się, że w pierwszym przybliżeniu nie trzeba tego robić. Prędkość wynikająca z obrotu Ziemi wynosi bowiem dla szerokości geograficznych Polski około 1/3 km/s. Stanowi to zaledwie kilka procent I prędkości kosmicznej dla orbit bliskich Ziemi, a takie nas przecież najbardziej interesują. Dalej będziemy więc przyjmować, że satelita ma względem obserwatora prędkość daną wzorem (4).

I tu koło się zamyka. Żeby obliczyć d, trzeba znać v, a żeby obliczyć v, trzeba znać d! Na szczęście są przynajmniej trzy wyjścia z tego zaklętego kręgu. Pierwsze (nazwijmy je „matematycznym”) polega na tym, że wstawiamy wzór (4) do (3) i otrzymujemy równanie z jedną niewiadomą d. Jest to jednak równanie trzeciego stopnia, które można próbować rozwiązać korzystając chociażby z jakiegoś programu komputerowego oferującego możliwość rozwiązywania tego typu równań. Drugie wyjście jest bardziej „fizyczne”. Podstawiamy jakąś przypuszczalną wartość d (na przykład 300 km) do wzoru (4), a następnie tak wyliczoną prędkość do wzoru (3) i patrzymy, czy otrzymana z niego wartość d różni się od podstawionej wcześniej. W ten sposób metodą prób i błędów można dość szybko otrzymać prawidłową odległość.

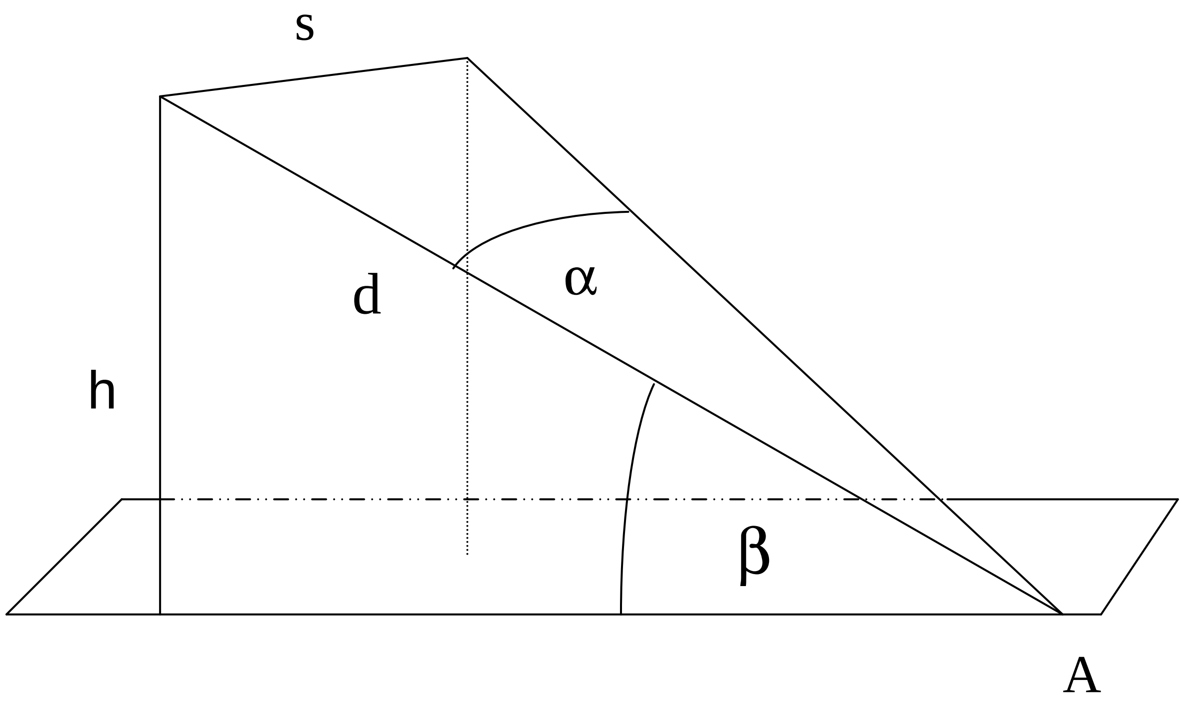
Istnieje także trzecie wyjście, przybliżone, ale do praktycznych celów najlepsze. Zauważamy oto, że I prędkość kosmiczna dość słabo zależy od d. Załóżmy, że gołym okiem da się zaobserwować satelity krążące w odległości od 100 do 1000 km od powierzchni Ziemi. W tym przedziale d rośnie 10 razy. Natomiast obliczona dla tych odległości I prędkość kosmiczna maleje od 7,85 km/s do 7,36 km/s, czyli zmienia się zaledwie o 7% !

Z całkiem niezłym przybliżeniem można więc zmiany v zaniedbać. Upraszcza to ogromnie wyznaczenie odległości do satelitów. Przyjmijmy, że wyciągnięta pięść odmierza 10 stopni i podstawmy do wzoru (3) v obliczoną na przykład dla 200, 300 lub 400 km. Otrzymamy wtedy po zaokrągleniu następujący wzór na odległość do satelity

$$d = 44 \cdot t \qquad (5)$$

Największą zaletą wzoru (5) jest bez wątpienia jego niesłychana prostota. Wystarczy bowiem wyciągnąć pięść i policzyć głośno sekundy potrzebne jasnemu punktowi na jej minięcie, po czym pomnożyć ilość tych sekund przez słynną mickiewiczowską liczbę czterdzieści i cztery, by zmierzyć odległość do satelity!!

No dobrze, a co zrobić, gdy satelita uparcie nie chce przejść przez zenit? Trzeba dokonać takiego samego pomiaru w czasie, gdy osiąga najwyższą wysokość nad horyzontem. Spójrzmy teraz na Rys. 2.



Rys. 2

Teraz odległość obserwatora od satelity d i odległość satelity od Ziemi h związane są wzorem

$$h = d \sin \beta \qquad (6)$$

gdzie β to kątowa wysokość satelity nad horyzontem, którą trzeba dodatkowo zmierzyć. Przy stosowaniu metody „prób i błędów” warto też pamiętać, by do wzoru (4) zamiast d wstawiać teraz h. Wzoru (5) praktycznie to jednak nie zmienia z powodów wyjaśnionych wyżej.

Pora na wnioski. Czy metoda w ogóle „działa” ? Autor do momentu napisania tego tekstu zdążył ją wypróbować tylko dla dwóch satelitów. Odległości od Ziemi obliczone ze wzorów (5) i (6) okazały się być równe 330 i 370 km. Są to liczby sensowne. Przyliżony charakter metody nie stanowi żadnej bariery dla jej dydaktycznych zastosowań. Bardziej niebezpieczne jest założenie o kołowym charakterze orbit. Skąd możemy wiedzieć, że obserwowany przez nas obiekt nie porusza się po wydłużonej elipsie? Wtedy jego prędkość może wyraźnie różnić się od obliczonej ze wzoru (4). Na szczęście z artykułu Edwina Wnuka („Śmieci kosmiczne w przestrzeni wokółziemskiej”, Postępy Astronomii 3/97) autor wywnioskował, że ogromna większość satelitów porusza się po orbitach kołowych lub prawie kołowych (wykres 2 cytowanego artykułu) i w odległościach od 100 do 1000 km nad Ziemią (wykres 4b tegoż artykułu). Można jednak założyć, że w warunkach miejskich widoczne są tylko satelity bliższe i stąd wybór około 300 km jako podstawy obliczenia ich prędkości.

Wyznaczanie odległości do satelitów opisaną metodą może być wielkim i bardzo pouczającym przeżyciem dla dzieci i młodzieży. Dla większości z nich obserwacje gwiazd czy planet są zbyt żmudne i po prostu za nudne, by przyciągnąć ich uwagę do astronomii. Satelity – to coś innego! To ich może bardziej zafascynować, zwłaszcza, że jest w tej metodzie element ryzyka czy wręcz polowania. Nic też nie stoi na przeszkodzie, by zwiększać dokładność pomiaru poprzez indywidualny pomiar kąta, na jaki rozciąga się wyciągnięta pięść, czy też na dokonywaniu pomiaru przez dwie osoby, z których jedna mierzy czas stoperem.

Dodajmy w końcu, że metoda „wyciągniętej pięści” nadaje się również do szacowania wysokości chmur, o ile nauczymy się odgadywać ich prędkość z obserwacji przesuwającego się po ziemi cienia. Można też w ten sposób wyznaczać prędkość lub wysokość samolotów, o ile założy się wartość drugiej wielkości. Nietrudno przecież znaleźć dane na temat prędkości czy też wysokości lotów samolotów pasażerskich. Wydaje się, iż może to być świetna i ucząca naukowych metod zabawa na przykład dla kółka fizycznego czy geograficznego.

Ludwik Lehman